



TENTAMEN

2009-05-27

MMA132 Numeriska metoder

Skrivningstid: 4 timmar

Hjälpmedel: Formelsamling i numeriska metoder, hophäftad med 7 sidor
Valfri miniräknare

Ansvarig lärare: Torgöt Berling 021 – 10 13 82

Tentamen består av 5 uppgifter a 5 poäng. Betygsgränserna är: Betyg 3, 11 poäng, betyg 4, 16 poäng, betyg 5, 21 poäng.

För att få poäng på en uppgift krävs att lösningarna är väl strukturerade och att ekvationer, samband och slutsatser förklaras.

LYCKA TILL !

Uppgift 1

Systemmatrisen A till ett linjärt ekvationssystem är given till:

$$A = \begin{bmatrix} 0.789 & 2.901 \\ 0.123 & 0.456 \end{bmatrix}$$

Gör en LR faktorisering av A och använd detta för att lösa ekvationssystemet $Ax = b$ för högerleden $b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ och $b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Inversen till matrisen A är den matris som erhålls genom att stoppa in lösningarna som första respektive andra kolonn i en matris.

Bestäm inversen till A och kontrollera att $AA^{-1} = I$, där I är enhetsmatrisen.

Konditionstalet för matrisen A definieras som $k(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$, där normerna avser maximinormen.

Beräkna konditionstalet och förklara kort vad konditionstalet säger om lösningsnoggrannheten till ett ekvationssystem med A som systemmatris.

Uppgift 2

En kula med massan 2 gram skjuts rakt upp i luften. Sluthastigheten v , mätt i m/s, hos kulan då den faller tillbaka mot marken bestäms av ekvationen

$$\frac{2 \cdot 9.81}{1000} = 1.4 \cdot 10^{-5} v \sqrt{v} + 1.15 \cdot 10^{-5} v^2.$$

Bestäm sluthastigheten med 3 korrekta decimaler. Använd tex Newton-Raphsons metod. Ett ungefärligt värde på sluthastigheten erhålls genom att försumma första termen i högerledet och lösa den återstående andragradsekvationen.

FORTSÄTTNING PÅ NÄSTA SIDA

Uppgift 3

Integralen $\int_0^{0.5} e^{x^2} dx$ skall beräknas på två sätt. Använd trapetsmetoden med steglängderna 0.5 och 0.25 samt Richardsonextrapolation för att få fram ett värde.

Bilda ett interpolationspolynom $p(x)$ av grad 2 som approximation till funktionen e^{x^2} genom att använda x-värdena 0, 0.25 och 0.5 samt motsvarande funktionsvärden.

Använd detta polynom för att approximera integralens värde med integralen $\int_0^{0.5} p(x) dx$ som kan beräkna analytiskt.

Uppgift 4

Uttrycket $D(h) = \frac{f(x) - 2f(x-h) + f(x-2h)}{h^2}$ är en approximation av andraderivatan till en funktion f i punkten x . Uttrycket ger det exakta värdet utav $f''(x)$ då f är ett andragradsuttryck.

Trunkationsfelet är $c_1 h + c_2 h^2 + c_3 h^3 + \dots$.

Använd detta för att bestämma $f''(0.5)$ så nogga som möjligt då följande värden är givna till funktionen f .

x	f(x)
0	1.000
0.1	1.010
0.2	1.041
0.3	1.094
0.4	1.174
0.5	1.284

Uppgift 5

Använd metoden med differensapproximation för att lösa följande randvärdesproblem.

$$y'' = -(x+1)y' + 2y + (1-x^2)e^{-x}$$

$$y(0) = -1$$

$$y(1) = 0$$

Det räcker med att dela upp intervallet mellan 0 och 1 i 4 delar dvs använd $h = 0.25$