



MÄLARDALENS HÖGSKOLA  
Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

## TENTAMEN

2008-12-17

### MMA132 Numeriska metoder

Skrivningstid: 4 timmar

Hjälpmedel: Formelsamling i numeriska metoder, hophäftad med 7 sidor  
Valfri miniräknare

Ansvarig lärare: Torgöt Berling 021 – 10 13 82

Tentamen består av 5 uppgifter a 5 poäng. Betygsgränserna är: Betyg 3, 11 poäng, betyg 4, 16 poäng, betyg 5, 21 poäng.

För att få poäng på en uppgift krävs att lösningarna är väl strukturerade och att ekvationer, samband och slutsatser förklaras.

LYCKA TILL !

---

#### Uppgift 1

Ekvationssystemet  $Ax = h$  skall lösas med  $LR$  faktorisering.

Systemmatrisen  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 2a + 1 & 3a + 4 \\ b & 2b + c & 3b + 4c + 1 \end{bmatrix}$  och högerledet  $h = \begin{bmatrix} 2 \\ 2a + 4 \\ 2b + 4c + 1 \end{bmatrix}$ .

Bestäm matriserna  $L$  och  $R$  samt lös systemet med hjälp av  $LR$  faktoriseringen.

#### Uppgift 2

Följande värden erhöles för en signal  $T(t)$ , där  $t$  är tiden:

$t:$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$T(t)$	1.500	1.518	1.525	1.525	1.532	1.550

Anpassa med minsta kvadratmetoden konstanterna  $a$ ,  $b$  och  $c$  i uttrycket

$$T(t) = at + b + c \sin 4\pi t$$

FORTSÄTTNING PÅ NÄSTA SIDA

### Uppgift 3

Den generaliserade integralen  $\int_2^{\infty} \frac{e^{-x}}{1+x^2} dx$  skall beräknas med 4 korrekta decimaler. På grund av långsam konvergens är det lämpligt att först göra substitutionen  $t = \frac{1}{x}$  varvid

integralen övergår till  $\int_0^{0.5} \frac{e^{-\frac{1}{t}}}{1+t^2} dt$ .

Använd trapetsmetoden med stegen 0.25, 0.125 och 0.0625 samt Richardsonextrapolation för att beräkna denna integral med 4 korrekta decimaler.

OBS: Funktionsvärdet för  $t=0$  kan sättas till 0.

### Uppgift 4

En kropp med massan 4 kg påverkas av en fjäderkraft som är proportionell mot avvikelser från jämviktsläget och en dämpningskraft som är proportionell mot kvadraten på hastigheten samt en yttre kraft. Vid tidpunkten 0 är avvikelser från jämviktsläget 1 meter och hastigheten 0 m/s. Under de första sekunderna bestäms rörelsen  $y(t)$  av begynnelsevärdesproblemet:

$$\begin{cases} 4y'' - 2(y')^2 + y = 0.4e^{-t} \sin(t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Använd Runge-Kuttas metod med steglängden 1 för att bestämma läget och hastigheten vid tidpunkten  $t=2$ , dvs bestäm  $y(2)$  och  $y'(2)$ . Räkna med åtminstone 6 decimaler och svara med 2 decimaler.

### Uppgift 5

Friktionstalet  $f$  vid turbulent strömning i ett cirkulärt rör bestäms av ekvationen

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log_{10} \left( \frac{e}{D} + \frac{9.35}{R\sqrt{f}} \right),$$

där  $R$  är Reynoldstalet,  $e$  är ytjämnheten hos röret och  $D$  är rörets diameter.  $\log_{10}$  betyder 10-logaritmen.

Bestäm friktionstalet  $f$  med 4 korrekta decimaler då  $R = 30000$ ,  $e = 0.0025m$  och  $D = 0.1m$ .

Ledning: Använd fixpunktsmetoden genom att skriva om ekvationen på formen  $f = g(f)$ , där  $g$  är en iterationsfunktion. Lämpligt startvärde är 0.01.