UKK TENTAMEN 2010-05-31

MMA132 Numeriska metoder

Skrivningstid: **4 timmar**

Hjälpmedel: **Formelsamling i numeriska metoder, hophäftad med 7 sidor**

Valfri miniräknare

Ansvarig lärare: **Torgöt Berling 021 – 10 13 82**

Tentamen består av 5 uppgifter a 5 poäng. Betygsgränserna är: Betyg 3, 11 poäng, betyg 4, 16 poäng, betyg 5, 21 poäng.

För att få poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl strukturerad och att ekvationer, samband och slutsatser förklaras.

LYCKA TILL !

Uppgift 1
Ekvationssystemet $Ax = b$ skall lösas där

$A = \begin{bmatrix} 0.20000 & 0.16667 & 0.14286 \\ 0.16667 & 0.14286 & 0.12500 \\ 0.14286 & 0.12500 & 0.11111 \end{bmatrix}$ och $b = \begin{bmatrix} 0.50953 \\ 0.43453 \\ 0.37897 \end{bmatrix}$. Talen är givna med 5 korrekta decimaler.

Gör en *LR* faktorisering av *A*. Elementen i *L*- och *R*-matriserna skall avrundas till 5 korrekta decimaler efter hand som de beräknas.
Använd *LR* faktoriseringen för att bestämma en lösning till ekvationssystemet.

För att få en uppfattning om hur känsligt systemet är för störningar så lös systemet $A\tilde{x} = \tilde{b}$ med hjälp av *LR* faktoriseringen då. $\tilde{b} = \begin{bmatrix} 0.50958 \\ 0.43449 \\ 0.37900 \end{bmatrix}$
Jämför $\|x - \tilde{x}\|$ med $\|b - \tilde{b}\|$, där normen avser oändlighetsnormen(maximinormen).

Uppgift 2
En stege med längden 10 meter står lutad mot en vägg. En rätvinklig låda med sidorna 1 meter är placerad under stegen så att stegen tangerar lådans ena kant.
Avståndet *x* mellan stegens topp och lådan uppfyller ekvationen
$x^4 + 2x^3 - 98x^2 + 2x + 1 = 0$.
Bestäm de två möjliga lösningarna med tre korrekta decimaler.

FORTSÄTTNING PÅ NÄSTA SIDA

Uppgift 3

Integralen $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{sinx} dx$ skall beräknas med 4 korrekta decimaler genom att använda trapetsmetoden och upprepad Richardsonextrapolation.

Använd steglängderna $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{8}$ och $\frac{\pi}{16}$.

OBS: Glöm inte att ställa om miniräknaren till radianer.

Uppgift 4

Längden av en stålstav har mätts upp vid olika temperaturer och följande värden erhölls:

T:	10	20	30	40	50
L:	0.999903	1.000024	1.000145	1.000263	1.000385

Längden tycks variera linjärt med avseende på temperaturen och det är rimligt att göra en ansats $L = L_0 + a(T - T_0)L_0$, där L_0, a, och T_0 är konstanter.

Låt $T_0 = 30$ och bestäm med minstakvadratmetoden konstanterna a och L_0.

Uppgift 5

Använd metoden med differensapproximation för att lösa följande randvärdesproblem.

$y'' + 2xy' - x^2y = x^2$

$y(0) = 1$

$y(1) = 0$

Det räcker med att dela upp intervallet mellan 0 och 1 i 4 delar dvs använd $h = 0.25$.