

UKK

TENTAMEN

2010-08-23

MMA132 Numeriska metoder

Skrivningstid: 4 timmar

Hjälpmedel: Formelsamling i numeriska metoder, hophäftad med 7 sidor

Valfri miniräknare

Ansvarig lärare: Torgöt Berling 021 – 10 13 82

Tentamen består av 5 uppgifter a 5 poäng. Betygsgränserna är: Betyg 3, 11 poäng, betyg 4, 16 poäng, betyg 5, 21 poäng.

För att få poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl strukturerad och att ekvationer, samband och slutsatser förklaras.

LYCKA TILL !

Uppgift 1

Bestäm ett värde med 2 korrekta decimaler till $\int_1^2 \frac{x^2+1}{x^{12}+x^4+1} dx$ genom att använda

trapetsmetoden med steglängderna 1, 0.5, 0.25 och 0.125 samt Richardsonextrapolation.

Uppgift 2

Sambandet $Q(x) = \frac{\pi q^2(x^2-1)}{(\ln x)^2}$, $x > 1$ och där q är en konstant uppkommer vid

konstruktion av starkströmsisolatorer. För att bestämma minimivärdet söks nollstället till derivatan och detta leder till att bestämma lösningen till ekvationen $x^2 \ln x - x^2 + 1 = 0$.

Bestäm lösningen till denna ekvation med 3 korrekta decimaler. Lösningen ligger i närheten av 2.

Uppgift 3

Anpassa konstanterna a , b och c så att sambandet $a + b \sin x + c \cos x = x$ stämmer så bra som möjligt för punkterna: $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$ enligt minsta kvadratmetoden.

Verifiera även ortogonalitetsegenskapen hos residualvektorn.

OBS: Glöm inte att ställa om till radianer.

FORTSÄTTNING PÅ NÄSTA SIDA

Uppgift 4

Begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} y'' + xy' - y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ är givet och $y(0.4)$ skall beräknas.

Använd Eulers metod med steglängderna 0.4, 0.2 och 0.1 samt Richardsonextrapolation och jämför resultatet med Runge-Kuttas metod med steglängden 0.4. Räkna med minst 6 decimaler.

Uppgift 5

Ekvationssystemet $Ax = b$ är givet där

$$A = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.06 & 0.00 & 0.01 \\ 0.06 & 0.95 & 0.03 & 0.04 \\ 0.00 & 0.03 & 0.95 & 0.00 \\ 0.01 & 0.04 & 0.00 & 0.95 \end{bmatrix} \text{ och } b = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}.$$

Visa att systemet kan skrivas på formen $x = Mx + b$ och använd detta för att iterera fram en lösning med 4 korrekta decimaler genom att precis som i Gauss-Seidels metod direkt använda de nya värdena så fort de beräknats. Startvektorn skall vara nollvektorn.

Ledning: $0.95=1-0.05$.