

UKK

TENTAMEN

2010-11-01

MMA132 Numeriska metoder

Skrivningstid: 4 timmar

Hjälpmedel: Formelsamling i numeriska metoder, hophäftad med 7 sidor

Valfri miniräknare

Ansvarig lärare: Torgöt Berling 021 – 10 13 82

Tentamen består av 5 uppgifter a 5 poäng. Betygsgränserna är: Betyg 3, 11 poäng, betyg 4, 16 poäng, betyg 5, 21 poäng.

För att få poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl strukturerad och att ekvationer, samband och slutsatser förklaras.

LYCKA TILL !

Uppgift 1

Beräkna $\int_{0.2}^{0.6} \ln(1 + \sin^2 x) dx$ med 5 korrekta decimaler genom att använda trapetsmetoden med steglängderna 0.4, 0.2, 0.1 och 0.05 samt upprepad Richardsonextrapolation.

OBS: Glöm inte att ställa om till radianer.

Uppgift 2

Ekvationen $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ har en reell rot i närheten av 1.7.

Ekvationen kan skrivas på formen $x = g(x)$ där funktionen g kan väljas som:

A) $g(x) = \sqrt{0.5x^3 + 1.5x - 2}$

B) $g(x) = \frac{1}{3}(4 + 2x^2 - x^3)$

Avgör, utan att iterera, vilken av omskrivningarna som ger konvergens då fixpunktsmetoden $x_{n+1} = g(x_n)$ används med startvärdet 1.7.

Bestäm roten med 3 korrekta decimaler med den omskrivning som konvergerar.

FORTSÄTTNING PÅ NÄSTA SIDA

Uppgift 3

Gör en LR-faktorisering av matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & -3 & -3 \\ 2 & 4 & 8 & 7 \\ -2 & -2 & -8 & -5 \end{bmatrix}.$$

Använd LR-faktoriseringen för att lösa ekvationssystemet $Ax = b$ då

$$b = \begin{bmatrix} -10 \\ 2 \\ -10 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Alla steg skall redovisas!

Ledning: Räkna rätt så blir det bara heltal.

Uppgift 4

Antal joner i en kemisk vätska antas variera enligt formeln:

$$N(t) = A + Bt + C\cos(\omega t), \text{ där } \omega = \frac{4\pi}{3}.$$

Följande värden erhöles vid ett antal mätningar:

$t:$	0.3	1.1	2.5	3.8	5.1
$N(t):$	5.7	6.4	8.4	10.5	12.1

Bestäm konstanterna A , B och C med hjälp av minstakvadratmetoden.

OBS: Glöm inte att ställa om till radianer.

Uppgift 5

Ett U-rör med radien 0.05 m är fyllt med vatten. Från början är vattnet separerat så att vattennivån i den vänstra delen av U-röret är 0.2 m högre än vattennivån i den högra delen.

Vid tidpunkten $t = 0$ upphör separationen. Vattennivån y för den vänstra delen mäts positiv uppåt med origo i mittpunkten mellan de ursprungliga vattennivåerna.

Vattennivån y bestäms av differentialekvationen $Ly'' = -2gy - \mu y'$ och begynnelsevärdena $y(0) = 0.1$, $y'(0) = 0$.

$L = 1$ m är totala längden av vattnet, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ är tyngdaccelerationen och $\mu = 0.8 \text{ m/s}$ är ett friktionstal.

Bestäm ett ungefärligt värde på $y(0.2)$ med Runge-Kuttas metod. Använd steglängden 0.2 och räkna med åtminstone 6 decimaler.