UKK TENTAMEN 2011-06-09

MMA132 Numeriska metoder

Skrivningstid: **4 timmar**

Hjälpmedel: **Formelsamling i numeriska metoder, hophäftad med 7 sidor**
Valfri miniräknare

Ansvarig lärare: **Torgöt Berling 021 – 10 13 82**

Tentamen består av 5 uppgifter a 5 poäng. Betygsgränserna är: Betyg 3, 11 poäng, betyg 4, 16 poäng, betyg 5, 21 poäng.

För att få poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl strukturerad och att ekvationer, samband och slutsatser förklaras.

LYCKA TILL !

Uppgift 1
Bestäm den positiva lösningen med 4 korrekta decimaler till ekvationen
$x^3 = a + 1.5x$, där konstanten $a = 0.12$.
Det finns en viss osäkerhet i konstanten, värdet ligger i intervallet 0.12 ± 0.02.
Bestäm mellan vilka värden, med 4 korrekta decimaler, som den positiva lösningen till ekvationen ligger beroende på osäkerheten i konstanten a.

Uppgift 2
Konstanterna *a, b* och *c* skall bestämmas så att formeln
$f(x) = a\ cosx + bsinx + ce^{-x}$ stämmer med följande värden:

x	0.0	0.40	0.80
f(x)	2.79	2.74	2.66

Skriv upp ekvationssystemet ur vilket konstanterna kan bestämmas.
Gör en LR-faktorisering av systemmatrisen. Avrunda elementen i matriserna L och R efterhand som de beräknas så att de får åtminstonde 4 korrekta siffror.
Lös ekvationssystemet med hjälp av LR-faktoriseringen.
OBS: Glöm inte att ställa om till radianer.

FORTSÄTTNING PÅ NÄSTA SIDA

Uppgift 3
Beräkna integralen $\int_0^{0.25} \frac{\tan(\pi x)}{x} dx$ med trapetsmetoden och Richardsonextrapolation.
Använd steglängderna 0.25, 0.125, 0.0625 och 0.03125.
Integrandens värde för x=0 sätts till π.
OBS: Glöm inte att ställa om till radianer.

Uppgift 4
En partikels rörelse i planet har bestämts genom att vid några olika tidpunkter ta fram dess x- och y-koordinater.
Följande värden erhölls:

x	-2.0	-1.0	0.0	1.0	2.0
y	0.1	0.8	1.0	0.9	-0.1

Anpassa med hjälp av minsta kvadratmetoden de positiva talen *a* och *b* så att koordinaterna ”ligger på” ellipsen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
Bestäm även residualvektorn och verifiera de ortogonalitetsegenskaper som denna skall ha enligt teorin.

Uppgift 5
I populationsdynamiken dyker det upp system av första ordningens differentialekvationer. Ett klassiskt exempel är modellering av antalet kaniner och rävar inom ett begränsat område.
Låt $\boldsymbol{x_1}$ vara antalet kaniner vid tidpunkten *t* och $\boldsymbol{x_2}$ antalet rävar vid tidpunkten *t*.
Följande system är en rimlig modell för förändringen av antalet kaniner och rävar:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x_1' = x_1 - 0.1x_1x_2 + 0.01t} \\ \boldsymbol{x_2' = -x_2 + 0.02x_1x_2 + 0.04t} \\ \boldsymbol{x_1(0) = 30} \\ \boldsymbol{x_2(0) = 20} \end{cases}$$

Använd Runge-Kuttas metod för att ta fram antalet kaniner och rävar vid tidpunkten $\boldsymbol{t = 1}$.
Det räcker med ett steg.